

Persamaan Kuadrat

Punca-punca persamaan kuadrat

$$x^2 = 9$$

Punca – punca :

$$x^2 - 1 = 0$$

Punca – punca :

$$x^2 = -4$$

Punca – punca :

Punca kepada persamaan ialah

→

Diberi bahawa 2 ialah satu punca untuk persamaan $x^2 - 6x + k = 0$. Cari nilai k .

Jika $ab = 0$

Apakah nilai-nilai a, b yang mungkin?

| a | b | ab |
|-----|-----|------|
| | | 0 |
| | | 0 |
| | | 0 |
| | | 0 |
| | | 0 |

Mungkinkah kedua-duanya bukan kosong?

| a | b | ab |
|-----|-----|------|
| | | |
| | | |
| | | |

Jika $ab = 0$

→

Jika $ab = 1$,

Selesaikan

$$x(x - 2) = 0$$

∴

$$\text{Semak : } x(x - 2) = 0 \quad x(x - 2) = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

∴

$$(x + 5)(x - 7) = 0$$

∴ $x =$ atau $x =$

$$(x + 1)(x + 1) = 0$$

∴

$$(x - 5)^2 = 0$$

∴

$$(2x - 1)(3x + 2) = 0$$

∴

$$(5x + 4)(4x - 1) = 0$$

∴ $x =$ atau $x =$

$$(7x - 1)(x + 7) = 0$$

∴

$$\text{Jika } (6x - 5)(5x + 3) = 1$$

→

| Linear | vs | Kuadrat |
|---------------|----|----------------|
| $3x = 2x - 1$ | | $x^2 = 3x - 1$ |
| → | | → |

Sebelum pemfaktoran persamaan kuadratik
→ pastikan

Selesaikan

a) $x^2 + 3x = 0$

Jika $a + b = 0$,

Perlu dalam bentuk

→

b) $x^2 = x$

Semak : $x^2 = x, x^2 = x$

Semak

→ ganti

→ secara

c) $x^2 = 16$

atau

$$x^2 = 16$$

d) $9x = \frac{4}{x}$

atau

$$9x = \frac{4}{x}$$

Semasa menyusun semula

→ hapuskan dulu

Bandingkan

$$x^2 - 9x = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 9 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 - 9x + 20 = 0 ??$$

Kembangkan

$$(x+2)(x+1) =$$

=

$$(x-3)(x-5) =$$

=

$$(x+2)(x-7) =$$

=

$$(3x-2)(2x+1) =$$

=

Sebelum pemfaktoran

→ susun dalam bentuk

Tulis sebagai hasil darab

$$+3 = () \times () \quad -2 = () \times ()$$

$$= () \times () \quad = () \times ()$$

$$+6 = () \times () \quad -8 = () \times ()$$

$$= () \times () \quad = () \times ()$$

$$= () \times () \quad = () \times ()$$

$$= () \times () \quad = () \times ()$$

Selesaikan

a) $x^2 + 6x + 5 = 0$

()() = 0

Semak pemfaktoran dengan

→

Semak jawapan akhir dengan

→

b) $x^2 + 5 - 6x = 0$

c) $x^2 - 4x = 5$

d) $x^2 = 5 - 4x$

e) $x^2 + 7x + 6 = 0$

f) $x^2 + 5x + 6 = 0$

g) $x^2 - 5x - 6 = 0$

h) $x^2 - x - 6 = 0$

i) $x^2 - 5x + 6 = 0$

j) $x^2 + 10x + 25 = 0$

k) $6x - x^2 = 9$

l) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

m) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

n) $6x^2 + 5x - 6 = 0$

$$\text{o) } 2x^2 - 10x + 8 = 0$$

$$\text{p) } x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$$

$$\text{q) } -x^2 + 6x - 8 = 0$$

Sebelum pefaktoran

$$2x^2 - 7x + 3 = 0 \rightarrow$$

$$2x^2 - 10x + 8 = 0 \rightarrow$$

$$3x^2 - 6x + 3 = 0 \rightarrow$$

$$4x^2 - 6x + 2 = 0 \rightarrow$$

$$4x^2 - 12x + 9 = 0 \rightarrow$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 0 \rightarrow$$

$$-2x^2 + 4x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$-2x^2 + 7x - 3 = 0 \rightarrow$$

Supaya lebih senang faktor

→ pastikan pekali x^2

→ permudahkan jika boleh (bahagi semua dengan suatu nombor)

→ hapuskan pecahan jika ada

$$10 - x = \frac{x}{x - 4}$$

Selesaikan persamaan kuadratik

→

→

→

→

Kaedah alternatif

$$\text{a) } x^2 = 9$$

$$\text{b) } (x - 2)^2 = 16$$

$$\text{c) } (x + 3)^2 = 0$$

$$\text{d) } (x + 3)^2 = -2$$

$$\text{e) } 4(x + 3)^2 - 5 = 0$$

Terdapat persamaan kuadrat yang tidak dapat diselesaikan dengan kaedah pemfaktoran

Persamaan kuadrat dapat diselesaikan jika dalam bentuk

→

Proses menukar ke bentuk tersebut

→

$$(a+b)^2 =$$

$$(a-b)^2 =$$

$$(x+1)^2 = x^2 + \quad x +$$

$$(x+3)^2 = x^2 + \quad x +$$

$$(x+6)^2 = x^2 + \quad x +$$

$$(x+7)^2 = x^2 + \quad x +$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = x^2 + \quad x +$$

$$(x+ \quad)^2 = x^2 + 8x +$$

$$(x+ \quad)^2 = x^2 + 2x +$$

$$(x+ \quad)^2 = x^2 + x +$$

$$(x+ \quad)^2 = x^2 + 3x +$$

$$(x-1)^2 = x^2$$

$$(x-5)^2 = x^2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = x^2$$

$$(x \quad)^2 = x^2 - 6x +$$

$$(x \quad)^2 = x^2 - x +$$

$$(x \quad)^2 = x^2 + 10x +$$

$$x^2 + 2x = (x \quad)^2$$

$$x^2 + 6x = (x \quad)^2$$

$$x^2 + 12x = (x \quad)^2$$

$$x^2 - 4x = (x \quad)^2$$

$$x^2 - 3x = (x \quad)^2$$

$$x^2 + 5x =$$

$$x^2 - 7x =$$

$$x^2 + kx =$$

$$2x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

→

Kira betul kepada 3 t.p.

a) $x^2 + 3x + 1 = 0$

Jawapan yang dibundarkan

→ bila menyemak dengan cara mengganti,

b) $2x^2 - 5x - 4 = 0$

c) $3x^2 - 8x + 2 = 0$

d) $(x - 2)^2 = x + 6$

e) $x = \frac{7}{2 + x}$

Jika soalan minta betul kepada t.p.

→ biasanya bermakna perlu guna

→ tunjukkan sekurang-kurangnya langkah penggantian jika gunakan kalkulator

Jika soalan tidak minta betul kepada t.p.

→ biasanya bermakna guna

Boleh guna kalkulator untuk tentukan cara yang patut digunakan dengan cepat

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \rightarrow$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow$$

$$x^2 + 3x + 3 = 0 \rightarrow$$

* kalau ada i , bermaksud tiada punca nyata

$$\begin{array}{ll} \sqrt{4} = & -\sqrt{4} = \\ \sqrt{-4} & \sqrt{0} = \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \pm \sqrt{4} = & (\quad) \\ \pm \sqrt{0} = & (\quad) \\ \pm \sqrt{-4} & (\quad) \end{array}$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

i) $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(3)}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{2} =$$

\rightarrow

ii) $x^2 + 4x + 4 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(4)}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} =$$

\rightarrow

iii) $x^2 + 4x + 5 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4(1)(5)}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

\rightarrow

Jenis punca bergantung kepada

\rightarrow

$$b^2 - 4ac$$

\rightarrow

$$b^2 - 4ac$$

\rightarrow

$$b^2 - 4ac$$

\rightarrow

Kalau punca nyata

\rightarrow

Tentukan jenis punca untuk

a) $x^2 + 2x + 1 = 0$

b) $2x^2 - 3x + 1 = 0$

c) $x^2 - 2x + 11 = 0$

Jika guna kalkulator

Dua punca nyata berbeza \rightarrow

Dua punca nyata sama \rightarrow

Tiada punca nyata \rightarrow

1. Cari nilai p jika persamaan

$x^2 + 4x + p = 0$ mempunyai punca-punca yang sama.

Soalan yang melibatkan syarat yang diberi

\rightarrow cuba semak bahawa

2. Cari nilai-nilai p yang mungkin jika persamaan $x^2 + px + 4 = 0$ mempunyai punca-punca yang sama.

3. Ungkapkan p dalam sebutan q jika persamaan $x^2 + qx + p = 0$ mempunyai punca-punca yang sama.

4. Cari julat nilai p jika persamaan $x^2 + 4x + p = 0$ mempunyai punca-punca nyata yang berbeza.

Perlu terbalikkan tanda ketaksamaan bila

a) Terbalikkan

$$3 > p \qquad -4 \leq p$$

b) Darab/Bahagi nombor negatif

$$-p > 2 \qquad -2p \leq -4$$

Untuk selesaikan

$$4 - p > 0 \quad \text{atau} \quad 4 - p > 0$$

5. Cari julat nilai p jika persamaan $x^2 + x + p = 0$ tidak mempunyai punca yang nyata.

Jenis soalan dan bentuk jawapan

Cari nilai p

→

Cari nilai-nilai p yang mungkin

→

Cari julat p

→

Ungkapkan p dalam sebutan ...

→

6. Cari nilai-nilai m yang mungkin jika persamaan $m(x-1) = \frac{3x^2 + 5x - 9}{x}$ mempunyai punca-punca yang sama.

Ringkaskan

$$1^2 - 4(p)(q) =$$

$$1^2 - 4(p+q) =$$

$$2^2 - 4(p)(3) =$$

$$(-3)^2 - 4(p)(-2) =$$

$$(-4p)^2 - 4(2)(p+1) =$$

$$(p+2)^2 - 4(p-1)(-3)$$

$$=$$

$$[-(p-3)]^2 - 4(p-1)(p-2)$$

$$=$$

Tunjukkan bahawa $2x^2 + 3x + 7 = 0$ tidak mempunyai punca yang nyata

Untuk soalan pembuktian/tunjukkan
→ langkah terakhir ialah

Buktikan bahawa $9x^2 - 6px + p^2 = 0$, di mana p ialah pemalar, mempunyai dua punca yang sama

| Diberi | Buktikan |
|-----------------------|----------------------|
| Punca-punca yang sama | |
| → $b^2 - 4ac = 0$ | → $b^2 - 4ac = 0$ |
| | |

| Diberi | Buktikan |
|--------------------------|----------|
| Punca-punca yang berbeza | |
| → | → |
| | |
| Tiada punca nyata | |
| → | → |
| | |

Bandungkan langkah utama
 Cari punca/Selesaikan →
 Diberi nilai punca →
 Cari jenis punca →
 Diberi jenis punca →

 Bukti jenis punca →

Bonus : Buktikan bahawa persamaan $x^2 + (p + q)x + pq = 0$ sentiasa mempunyai punca nyata untuk semua nilai p dan q .

Membentuk persamaan kuadratik dari punca-punca
 Bentukkan persamaan kuadratik dengan

a) punca-punca 2 dan 3

b) punca-punca $-\frac{1}{5}$ dan 2

c) punca-punca -1 dan -1

Membentuk persamaan dari punca-punca

→
→
→
→
→

Cara alternatif

Punca-punca 2 dan 3

$$\rightarrow (x-2)(x-3) = 0$$

→

Punca-punca 4 dan 5

$$\rightarrow (x-4)(x-5) = 0$$

→

Secara amnya, jika punca-punca ialah

α dan β

Bentukkan persamaan kuadratik dengan

a) punca-punca 2 dan 3

b) punca-punca $-\frac{1}{5}$ dan 2

c) punca-punca -1 dan -1

Membentuk persamaan dari punca-punca

→ kira
→ masukkan ke dalam
→
→ jangan lupa
→ hapuskan pecahan jika ada

Persamaan kuadratik $x^2 - 7x + 12 = 0$ mempunyai punca-punca m dan n dengan keadaan $m > n$. Cari nilai m dan n .

Bentukkan persamaan kuadratik dengan punca-punca

a) $m+1$ dan $2n-5$

b) $-\frac{m}{3}$ dan $\frac{n}{4}$

| $x^2 - (\text{htp})x + \text{hdp} = 0$ | | |
|--|-----|-----|
| Persamaan | htp | hdp |
| $x^2 - 3x + 7 = 0$ | | |
| $x^2 + 5x - 9 = 0$ | | |
| $2x^2 - 3x + 5 = 0$ | | |

$ax^2 + bx + c = 0$

Banding dengan

Jika punca-punca α dan β

htp =

hdp =

Menentukan htp/hdp dari persamaan

→ secara membanding

→ atau formula

→ htp = hdp =

| Persamaan | h.t.p | h.d.p. |
|----------------------|-------|--------|
| $x^2 - 5x - 9 = 0$ | | |
| $x^2 + 4x + 12 = 0$ | | |
| $3x^2 - 4x + 7 = 0$ | | |
| $-x^2 - 5x + 6 = 0$ | | |
| $-2x^2 + 3x - 1 = 0$ | | |
| $x^2 - kx + h = 0$ | | |
| $x^2 + mx - n = 0$ | | |

1. Diberi bahawa punca- punca bagi persamaan $x^2 + 4x + n = 0$ ialah m dan 3 . Cari nilai m dan n .

htp/hdp membolehkan kita mengaitkan

→

→ dengan

2. Diberi bahawa salah satu punca persamaan $x^2 - kx + 18 = 0$ ialah 2 kali ganda punca yang satu lagi. Cari nilai-nilai yang mungkin untuk k .

Membentuk persamaan kuadratik baru
daripada yang lama (di mana punca tidak
dapat dicari)

Diberi bahawa punca-punca persamaan
 $x^2 + 3x + 7 = 0$ ialah α dan β . Cari
persamaan kuadratik dengan punca-punca
 $\alpha + 1$ dan $\beta + 1$

Jika melibatkan pembentukan persamaan
baru
→
persamaan asal dan persamaan baru

Ungkapkan yang berikut dalam sebutan
 $\alpha + \beta$ dan $\alpha\beta$ sahaja.

a) $2\alpha + 2\beta =$

b) $(2\alpha)(2\beta) =$

c) $(\alpha + 3) + (\beta + 3) =$

d) $(\alpha + 3)(\beta + 3) =$

e) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{1}{\beta}\right) =$

f) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$

g) $\alpha^2\beta^2 =$

h) $\alpha^2 + \beta^2 =$

Tentukan langkah utama

1 ialah satu punca untuk $x^2 + 4x + k = 0$
→

$x^2 + 4x + k = 0$ mempunyai punca-punca
 h dan 2
→

$x^2 + 4x + k = 0$ mempunyai punca-punca
nyata berbeza
→

$x^2 + 4x + 3 = 0$ mempunyai punca-punca
 h dan k di mana $h > k$
→

$x^2 + 4x + k = 0$ mempunyai punca-punca
nyata yang sama
→

Salah satu punca $x^2 + 4x + k = 0$ ialah 3
kali ganda punca yang satu lagi.
→