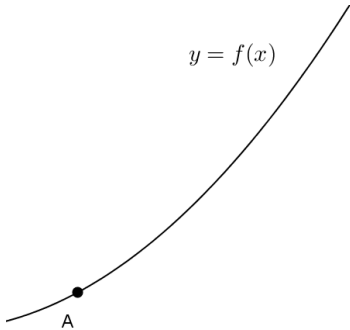


Pembezaan

Tangen kepada lengkung pada titik A

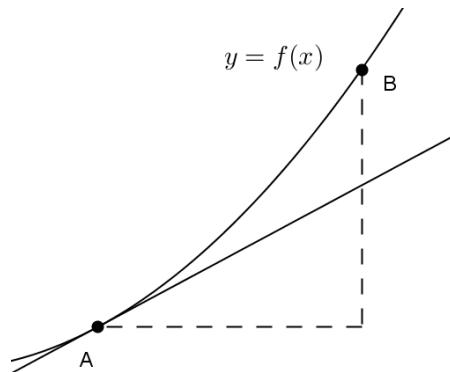


Takrifan $\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x}$

δx ialah perubahan kecil pada x

δy ialah perubahan kecil pada y

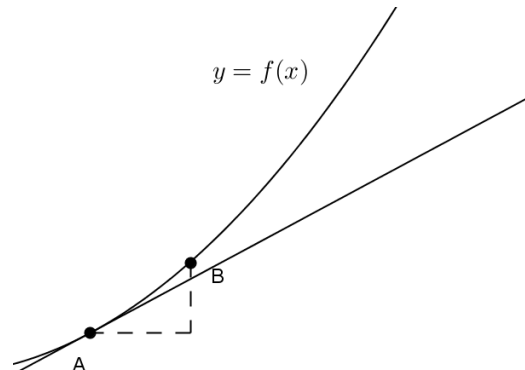
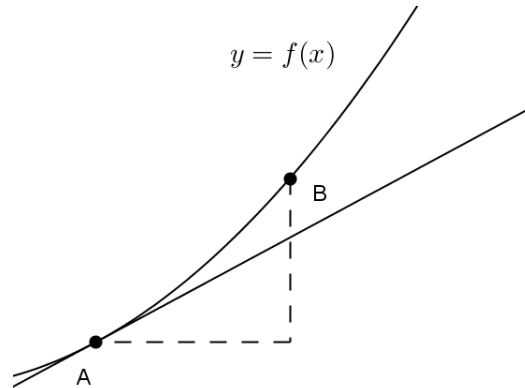
Katakan B ialah titik yang dekat dengan A



$\frac{\delta y}{\delta x}$ mewakili

Semakin dekat B dengan A

$\rightarrow \delta x$



$\rightarrow$ semakin dekat garis AB dengan

$\rightarrow$ nilai $\frac{\delta y}{\delta x}$ semakin dekat dengan

$$\frac{dy}{dx} =$$

$\therefore \frac{dy}{dx}$ sama dengan kecerunan

/ kecerunan

a) $y = 5$

$$\frac{dy}{dx} =$$

c) $y = 4x$

$$\frac{dy}{dx} =$$

e) $y = 3x + 4$

$$\frac{dy}{dx} =$$

b) $y = -3$

$$\frac{dy}{dx} =$$

d) $y = -2x$

$$\frac{dy}{dx} =$$

f) $y = mx + c$

$$\frac{dy}{dx} =$$

k ialah pemalar,

$$\frac{d}{dx}(k) =$$

$$\frac{d}{dx}(kx) =$$

Bandinkan

$$\frac{d}{dx}(5) =$$

$$\frac{d}{dx}(5x) =$$

$$\frac{d}{dx}(-4) =$$

$$\frac{d}{dx}(-4x) =$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{2}\right) =$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x}{2}\right) =$$

$$\frac{d}{dx}(1) =$$

$$\frac{d}{dx}(x) =$$

$$\frac{d}{dx}(-1) =$$

$$\frac{d}{dx}(-x) =$$

$$y = x^n \quad \frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$$

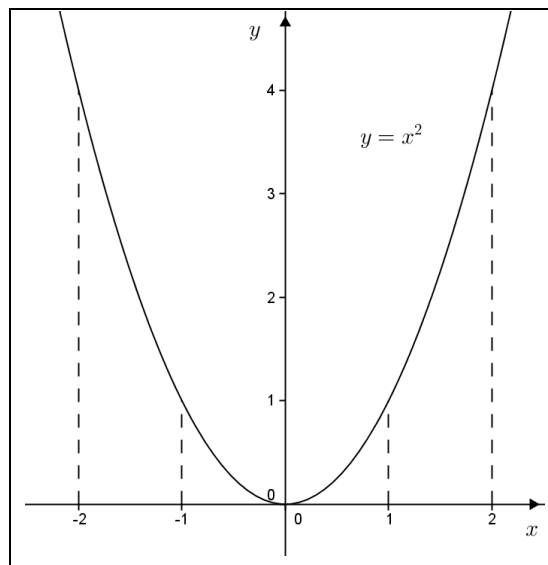
Bila beza

→

→

$$f(x) = x^n$$

$$\frac{d}{dx}(x^n) =$$



Pastikan jelas langkah pembezaan VS
langkah penukaran / permudahkan

$$\frac{d}{dx} k[f(x)] =$$

→ jika ada pekali,

$$a) y = 5x^2$$

$$b) y = 7x^4$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$c) y = \frac{2}{3}x^6$$

$$d) y = -\frac{8}{x^2}$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$y = x^2 \quad \frac{dy}{dx} =$$

Ini bermaksud nilai $\frac{dy}{dx}$ bergantung kepada

nilai

$$\text{Bila } x = 0, \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$\text{atau } f'(0) =$$

$$\text{Bila } x = 1, \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$\text{Bila } x = 2, \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$\text{Bila } x = -1, \quad \frac{dy}{dx} =$$

$$\text{Bila } x = -2, \quad \frac{dy}{dx} =$$

Kecerunan tangen / Kecerunan pada titik

→

$$a) y = x^3$$

$$b) y = x^7$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$c) y = \frac{1}{x}$$

$$d) y = \frac{1}{x^3}$$

Bandingkan

$$\frac{d}{dx}(3) =$$

$$\frac{d}{dx}(3x) =$$

$$\frac{d}{dx}(3x^2) =$$

$$\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] =$$

→ sebutan-sebutan yang di

→

a) $y = 4x^3 + 6x - 7$

b) $y = 9 - 3x^4$

c) $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

Semua sebutan mesti dibeza pada langkah yang sama

Bandingkan

$$\frac{d}{dx}(x+3) =$$

$$\frac{d}{dx}(3x+1) =$$

$$\frac{d}{dx}(x-5) =$$

$$\frac{d}{dx}(5-x) =$$

$$\frac{d}{dx}(7x+4) =$$

$$\frac{d}{dx}(7-4x) =$$

$$y = 3 - 7x$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$y = 6x^5 - 4x + 9$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$y = 4x^{-1} - x^{-3}$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$y = \pi x^2 - 2\pi$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$y = 3ax^3 + 5a^2$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

a ialah pemalar

$$y = x^2 \rightarrow \text{————} = 2x$$

$$u = x^2 \rightarrow \text{————} = 2x$$

$$y = u^2 \rightarrow$$

$$\frac{dy}{dx} = \text{————} \times \text{————}$$

$$y = (3x-5)^7$$

Katakan $u = 3x - 5$ →

$y =$ →

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{d}{dx}[f(x)]^n =$$

Bila beza

→

→

→

→

$$\frac{d}{dx}(ax+b)^n =$$

$$a) y = (5x - 2)^3$$

$$b) y = 2(1 - 3x)^8$$

$$c) y = 3(1 - x^2)^5$$

$$d) y = \frac{3}{x+1}$$

$$e) y = \frac{4}{(x^3 - 2)^2}$$

Bandingkan (Tulis langkah pertama sahaja)

$$y = x^4 + 1$$

$$y = (x + 1)^4$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$y = (2x + 1)^4$$

$$y = (x^2 + 1)^4$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$y = (x^2 + x)^4$$

$$\frac{dy}{dx} =$$

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)]$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]$$

Bukan dibuat terus

u, v mewakili fungsi, BUKAN pemalar

$$\frac{d}{dx}(uv) =$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) =$$

$$a) y = (2x + 1)(3x - 2)$$

atau

$$y = (2x + 1)(3x - 2)$$

$$\text{b) } y = \frac{x}{x+1}$$

$$\text{c) } y = x(x+5)^3$$

$$\text{d) } y = 4x^3(7-x)$$

$$\text{e) } y = \frac{x-3}{x}$$

$$\text{f) } y = \frac{x}{(2x-1)^3}$$

$$\text{g) } y = (3x-1)(2x+5)^4$$

Bandingkan

$$y = 2(x-6)^4$$

→

$$y = x^4(x-6)$$

→

$$y = (x+1)(x-6)^4$$

→

$$y = \frac{2}{x-2}$$

→

$$y = \frac{1}{(x-2)^2}$$

→

$$y = x(x+1)$$

→

$$y = \frac{x+1}{x}$$

→

$$y = x(x-6)^4$$

→

$$y = (x+1)(x-6)$$

→

$$y = \frac{2x}{x-2}$$

→

$$y = \frac{x}{(x-2)^2}$$

→

$$y = \frac{x}{x+1}$$

→

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

→

Aplikasi Pembezaan

$$y = x^3 + 1 \quad \frac{dy}{dx} =$$

a) Cari kecerunan pada titik di mana $x = 1$

b) Cari kecerunan pada titik $A(2,9)$

Kecerunan pada titik / Kecerunan tangen

→

→ biasanya kena

c) Cari kecerunan pada titik di mana

$$y = -26$$

Cari koordinat y dari x dan sebaliknya

→ guna

→ BUKAN

d) Cari koordinat titik-titik di mana
kecerunan ialah 48

Jika diberi kecerunan

→ guna

$y = kx^2 + c$ mempunyai kecerunan

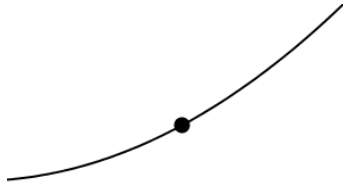
12 pada titik $(2,11)$. Cari nilai k dan c .

$$\text{Jika } \frac{dy}{dx} = x + 3$$

Cari kecerunan
pada $x = 2$

Diberi kecerunan
ialah 2

Tangen dan Normal



→ tangen dan normal

$$y = 3x^2 - 4x$$

a) Cari persamaan tangen pada titik dengan $x = 2$

b) Cari persamaan normal pada titik dengan $x = -1$

c) cari persamaan tangen dengan kecerunan 2

d) cari persamaan normal dengan

kecerunan $\frac{1}{4}$

Jika $\frac{dy}{dx} = 6x$	
Diberi kecerunan tangen ialah 3	Diberi kecerunan normal ialah 3

Bila $\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow$

Kemungkinan

$\rightarrow$ Titik maksimum dan minimum dikenali sebagai

Titik Minimum	Titik Maksimum
$\rightarrow$ kecerunan	$\rightarrow$ kecerunan
$\frac{d^2y}{dx^2}$	$\frac{d^2y}{dx^2}$

$y = \dots$ $\frac{dy}{dx} = \dots$

$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right)$ ditulis sebagai

$y \rightarrow \frac{dy}{dx} \rightarrow$

$f(x) \rightarrow \rightarrow$

$\frac{dy}{dx}$ merujuk kepada

$\rightarrow$

$\rightarrow$ kadar perubahan

$\frac{d^2y}{dx^2}$ merujuk kepada

$\rightarrow$ kadar perubahan terhadap

Titik pusingan $\leftrightarrow$

Cari semua titik pusingan bagi

$$y = \frac{x^3}{3} - x \text{ dan tentukan samaada ianya}$$

merupakan titik maksimum atau titik minimum

Diberi $y = x^2 + kx + c$ mempunyai titik pusingan $(1,3)$. Cari nilai k dan c .

x, y, z adalah pembolehubah

$$y = x^2 \rightarrow$$

$$y = z^2 \rightarrow$$

$$x = y^2 \rightarrow$$

$$y = xz \rightarrow$$

Diberi $y = xz$ dan $z = x + 2$

Cari nilai x bila y minimum dan cari nilai minimum y tersebut

$$\frac{dy}{dx} = x - 1$$

Cari titik pusingan

$$\frac{dy}{dx} = x + c$$

Diberi $(2,4)$ ialah titik pusingan

Cari luas maksimum sebuah segiempat tepat dengan perimeter 20 m

Kadar perubahan terhadap masa

Kadar perubahan $y \rightarrow$

Kadar perubahan $x \rightarrow$

Kadar perubahan $m \rightarrow$

Apakah hubungan $\frac{dy}{dx}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dx}{dt}$?

$y = x^3$, y berkurang pada kadar 3 unit min^{-1} . Cari kadar perubahan x bila $y = 8$.

$y = x^2$, $\frac{dx}{dt} = 2 \text{ unit s}^{-1}$, Cari $\frac{dy}{dt}$ bila $x = 1$

Mencari nilai maksimum/minimum

→ Kenalpasti

→ Tulis

→ Pastikan hanya melibatkan

→

→ Biar

→ Cari nilai yang

$\frac{dA}{dB}$, $\frac{dA}{dt}$, $\frac{dB}{dt}$

→

$\frac{dB}{dA}$, $\frac{dA}{dt}$, $\frac{dB}{dt}$

→

Jika kadar menurun

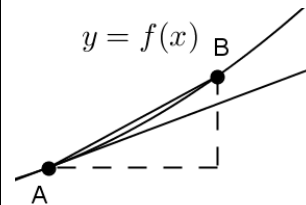
→

Luas sebuah segiempat sama sedang berkurang pada kadar $2 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$. Cari kadar perubahan panjang sisi pada ketika luas ialah 49 cm^2 .

Perubahan kecil

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\delta x \rightarrow 0} \frac{\delta y}{\delta x}$$

Jadi bila δx adalah kecil (tapi belum kosong)



Bila x berubah menjadi
 y akan berubah menjadi

Diberi $y = x^2$. Cari perubahan kecil dalam
 y bila x berubah dari 1 ke 1.01. Oleh itu,
 cari nilai anggaran bagi $(1.01)^2$

Diberi $y = x^3$. Cari perubahan kecil dalam
 x , dalam sebutan h , bila y berubah dari
 8 ke $8 + h$.

Pembezaan dengan Prinsip Pertama

Katakan h merupakan tokokan kecil dalam x

a) $y = 3x$

b) $y = x^2$

c) $y = \frac{1}{x}$

d) $y = 10$